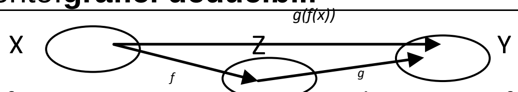
Matematica Classe:4	unità didattica:le funzioni
Scheda di sintesi:funzioni composte	argomento:**grafici deducibili**

Sia **z=f(x)** l'equazione di una funzione **f**: X → Z
e **y=g(z)** l'equazione della funzione **g:** Z → Y



La relazione che associa ad ogni x∈X il valore y= g[f(x)] è la funzione composta e viene indicata con g∘f.
Notiamo in particolare che la composizione di funzioni non è commutativa in quanto in generale: f∘g≠ g∘f
X è il dominio di **f**, f(X) si dice immagine di f o condominio di f; Z è il dominio di **g**, g(Z) sarà l'immagine di g o il condominio di g.
La composizione di funzioni può sempre essere effettuata se il codominio di *f* coincide con il dominio di g o quanto meno, **se il dominio di g è un sottoinsieme del codominio di f** ; in altre parole non deve essere vuota l'intersezione tra l'immagine di X ed il dominio della g .
Il dominio della funzione composta sarà un sottoinsieme di X costituito da tutti i punti in cui *f* assume valori contenuti nell'intersezione tra l'immagine di X ed il dominio della *g* .

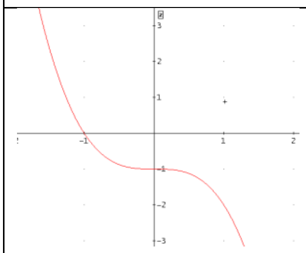
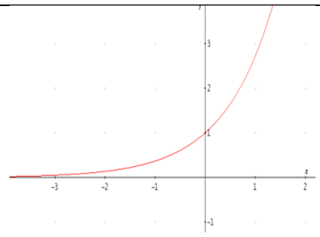
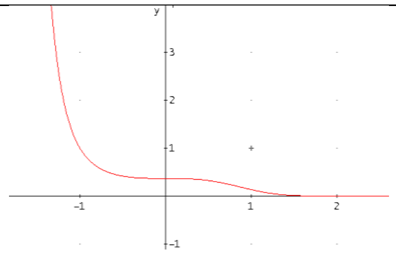
Esempio1

Nella tabella a sinistra si ha la funzione: z=*f*(x)=-x^3-1 il cui dominio è l'insieme dei Reali(ricorda che il dominio si ottiene proiettando il grafico sull'asse delle ascisse) ed il condominio(ricorda che il condominio o immagine si ottiene proiettando il grafico sull'asse delle ordinate)è tutto R

Al centro si ha la funzione y =g(z)=e^z il dominio è R, mentre il condominio è R$^+$

A destra è rappresentata a funzione composta che risulta essere definita in quanto il codominio della f coincide con il dominio della g.

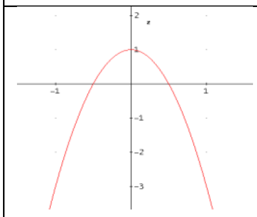
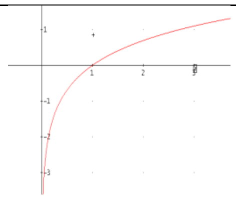
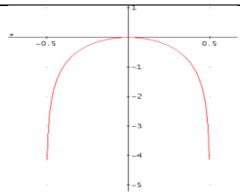
Per disegnare la funzione composta <u>senza ricorrere ai procedimenti dell'analisi infinitesimale</u> si può osservare il comportamento delle funzioni componenti,cioè della *z=f(x)* (sinistra), *y=g(z)* (centro) e dedurre quello della funzione composta y= *e*$^{f(x)}$ (a destra)

z=*f(x)*=-x^3-1	y=*g(z)*=e^z	y= *e*$^{f(x)}$=*e*$^{(-x\wedge 3-1)}$
		
per $x \to -\infty$ $z = f(x) \to +\infty$	Poiché per $z \to +\infty$ $e^z \to +\infty$	Allora per $x \to -\infty$ $e^{f(x)} \to +\infty$
Per $x \to -1^{\pm}$ $z = f(x) \to 0^{\mp}$	Poiché per $z \to 0^{\mp}$ $e^z \to 1^{\mp}$	Allora per $x \to -1^{\pm}$ $e^{f(x)} \to 1^{\mp}$
$Per\ x \to 0^{\mp}$ $z = f(x) \to -1^{\pm}$	Poiché per $z \to -1^{\pm}$ $e^z \to e^{-1}, 0 < e^{-1} < 1$	Allora per $x \to 0$ $e^{f(x)} \to e^{-1}, 0 < e^{-1} < 1$
Per $x \to +\infty$ *z=f (x)* $\to -\infty$	Poiché per z $\to -\infty$ $y = e^z \to 0^+$	Allora per $x \to +\infty$ $e^{f(x)} \to 0^+$

Esempio2

Nella tabella a sinistra si ha la funzione: *z=f(x)=-4x²+1* il cui dominio è l'insieme dei Reali ed il condominio è (-∞,1].Al centro si ha la funzione y =*g*(z)=*log* z il dominio è R^+, mentre il codominio è R.

A destra è rappresentata la funzione composta che è definita in quanto Im(f)⋂dom(*g*)=(-∞,1]⌒R^+=]0,1]≠∅
Il dominio della funzione composta è un sottoinsieme del dominio della *f*,(cioè R) costituito da tutti i punti in cui *f* assume valori contenuti in]0,1].Come è evidente la *f* assume valori in questo intervallo per x∈]-1/2,+1/2[, e questo intervallo è proprio il dominio della funzione composta. **Osservando il comportamento delle funzioni componenti,cioè della z=*f* (x) (sinistra), y=*g*(z) (centro) per dedurre quello della funzione composta y= $e^{f(x)}$ (a destra)**

f(x)= $z = -4x^2 + 1$	*g(x)*= $y = \log z$.	$y = \log(-4x^2 + 1)$
		
per $x \to -\infty$ $z = f(x) \to -\infty$	per z $\to -\infty$ la funz log non esiste	Allora per $x \to -\infty$ *y=log(f(x))* non esiste
per $x \to -\frac{1}{2}^-$ $z = f(x) \to 0^-$	per $z \to 0^-$ la funz non esiste	Allora per $x \to -\frac{1}{2}^-$ *y=log(f(x))* non esiste
per $x \to -\frac{1}{2}^+$ $z = f(x) \to 0^+$	per $z \to 0^+$ $\log z \to -\infty$	Allora per $x \to -\frac{1}{2}^+$ *y=log(f(x))* $\to -\infty$
per $x \to 0^\pm$ $z = f(x) \to 1^-$	per $z \to 1^-$ $\log z \to 0^-$	Allora per $x \to 0^\pm$ *y=log(f(x)* $\to 0^-$
per $x \to \frac{1}{2}^-$ $f(x) \to 0^+$	per $z \to 0^+$ $\log z \to -\infty$	Allora per $x \to \frac{1}{2}^-$ *y=log(f(x))* $\to -\infty$
per $x \to +\frac{1}{2}^+$ $z = f(x) \to 0^-$	per $z \to 0^-$ la funz non esiste	Allora per $x \to -\frac{1}{2}^+$ *y=log(f(x))* non esiste
Per $x \to +1$ $z = f(x) \to l, l < 0$	per $z \to l$, $l < 0$ la funz log non esiste	Allora per $x \to +1$ *y=log(f(x)* non esiste
Per $x \to +\infty$ *z=f (x)* $\to -\infty$	per z $\to -\infty$ la funz log non esiste	Allora per $x \to +\infty$ *y=log(f(x))*non esiste