

Matematica Classe:	unità didattica:integrali
Esercizio n.9	argomento:applicazione in ambito tecnico,legge oraria
Sia $a(t) = t^2 + 4$ (m/sec^2) l'accelerazione istantanea posseduta da un punto P, mobile su una traiettoria rettilinea Ox. Determinare:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. La velocità $v(t)$ nel generico istante t, sapendo che dopo 1sec il punto P ha raggiunto la velocità di 10 m/sec 2. La legge oraria del moto, sapendo che $s(0)=17.25m$ 3. Lo spazio Δs percorso nell'intervallo di tempo $2 \leq t \leq 6$ secondi. 	

Traccia

1. Dalla relazione : $v'(t) = a(t)$ segue che $v(t) = \int a(t)dt = \int (t^2 + 4)dt = \frac{1}{3}t^3 + 4t + k$

La costante k può determinarsi facilmente sapendo che $v(1) = 10$ quindi

$$\frac{1}{3}1^3 + 4 + k = 10 \rightarrow k = \frac{17}{3}$$

Dunque la velocità in un generico istante t

$$v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t + \frac{17}{3}$$

2. Per determinare la legge oraria del moto, basta integrare la funzione $v(t)$

$$\int \left(\frac{1}{3}t^3 + 4t + \frac{17}{3} \right) dt = \frac{1}{12}t^4 + 2t^2 + \frac{17}{3}t + k$$

per determinare K si sa che $s(0) = 17.25$ quindi

$$\text{sostituendo a } t \text{ il valore } 0 \text{ si ottiene immediatamente } k = 17,25 = \frac{1725}{100} = \frac{69}{4}$$

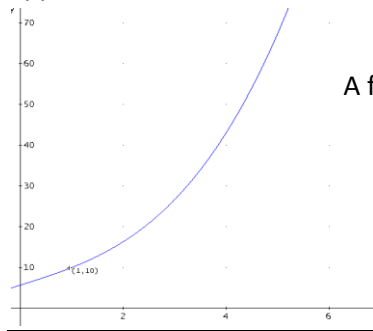
quindi la legge oraria sarà

$$s(t) = \frac{1}{12}t^4 + 2t^2 + \frac{17}{3}t + \frac{69}{4}$$

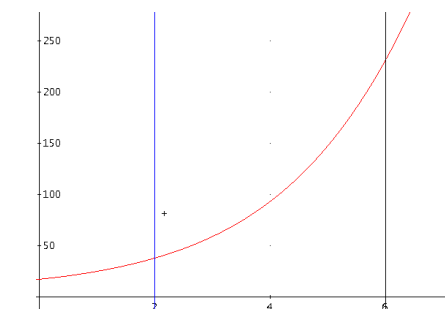
3. Per determinare lo spazio percorso nell'intervallo di tempo $2 \leq t \leq 6$ basterà calcolare

$$s(6) - s(2) = \frac{925}{4} - \frac{455}{12} = \frac{580}{3} \cong 193,3 \text{ m}$$

Approfondimento



A fianco il grafico della $v(t)$ da cui è evidente che a $t=1$ $v(t)=10$



A fianco il grafico della $s(t)$ da cui è evidente che a $s(2)=37,9m$

mentre $s(6)=231,25$ m. Nell'intervallo richiesto è stato percorso uno spazio pari a 193,3m