

Matematica Classe:5	unità didattica:Equazioni differenziali
Esercizio n.6	argomento:eq.diff a variabili separabili
<p>La velocità di disintegrazione di una sostanza radioattiva è in ogni istante direttamente proporzionale al numero di atomi della sostanza che in quel momento non si sono ancora disintegrati. Detto N il numero di atomi che nell'istante t non si sono ancora disintegrati, si può scrivere: $\frac{dN}{dt} = -kN$ dove k è una costante di proporzionalità che dipende dalla sostanza considerata ed il segno “-“ sta ad indicare che il numero degli atomi radioattivi decresce con il crescere del tempo.</p> <p>È un'equazione differenziale del primo ordine a variabili separabili</p> $\frac{dN}{N} = -kdt \rightarrow \text{integrando} \quad \int \frac{dN}{N} = \int kdt \rightarrow \ln N = -kt + c \rightarrow N = e^{-kt+c} \rightarrow N = Ce^{-kt}$ <p>Se ora si aggiunge la condizione che per $t=0$ $N=N_0$</p> <p>La soluzione sarà $N = N_0 e^{-kt}$ questa legge dice che l'intero numero di atomi non ancora disintegrati partendo dagli N_0 presenti inizialmente, decresce con legge esponenziale all'aumentare del tempo.</p> <p>Ora si può trovare il periodo di dimezzamento durante il quale la metà del numero iniziale di atomi subisce la disintegrazione. Dovrà essere:</p> $N = \frac{1}{2} N_0 \quad \text{quindi} \quad N = N_0 e^{-kt} \rightarrow \frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-kt} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-kt} \rightarrow 2 = e^{kt} \rightarrow \ln 2 = kt \rightarrow t = \frac{\ln 2}{k}$ <p>Quest'ultima informazione ci dice che il tempo di dimezzamento di una sostanza varia da elemento a elemento.</p>	