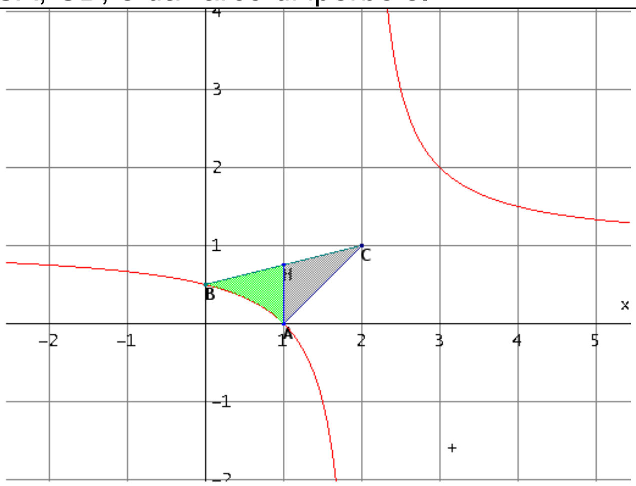
<table>
<tr><td>Matematica Classe:5</td><td>unità didattica: integrale definito</td></tr>
<tr><td>Esercizio n.5</td><td>argomento:applicazione in ambito geometrico</td></tr>
<tr><td colspan="2">Data l'iperbole $y = \frac{x-1}{x-2}$ in cui C(2,1) è il centro di simmetria, ed A e B le sue intersezioni con gli assi x e y, determinare l'area $\mathcal{A}$ del triangolo mistilineo CAB limitato dai segmenti CA, CB, e dall'arco di iperbole.</td></tr>
</table>



La parte di piano richiesta può essere scomposta

nel triangolo mistilineo ABH

e nel triangolo AHC.

In primo luogo si determinano le intersezioni con gli assi cartesiani A= $\begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \\ y = 0 \end{cases}$ B= $\begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \\ x = 0 \end{cases}$

ottenendo A(1,0) B=$(\frac{1}{2}, 0)$

Si determina l'equazione della retta *r* per BC (retta per due punti $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$) ottenendo $y = \frac{x+2}{4}$ .Tale retta interseca la retta *x=1* in H=$(1, \frac{3}{4})$.

si determina l'equazione della retta *s* per AC $y = x - 1$

<u>Area del triangolo mistilineo ABH</u>=$\int_0^1 (\frac{x+2}{4} - \frac{x-1}{x-2})dx = \overbrace{\int_0^1 \frac{x+2}{4}dx}^{I_1} - \overbrace{\int_0^1 \frac{x-1}{x-2}dx}^{I_2}$

Per quanto riguarda il primo integrale I_1 si ha $\int_0^1 \frac{x+2}{4}dx = \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x\right]_0^1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$

Per quanto riguarda il secondo integrale I_2, dopo aver diviso numeratore per denominatore si ottiene che $\frac{x-1}{x-2} = 1 + \frac{1}{x-2}$ quindi $\overbrace{\int_0^1 \frac{x-1}{x-2}dx}^{I_2} = \int_0^1 1dx + \int_0^1 \frac{1}{x-2}dx = [x + \ln|x-2|]_0^1 = 1 + 0 - (0 + ln2) = 1 - ln2$ Dunque l'area del triangolo ABH sarà I_1-I_2 - :$\frac{5}{8} - (1 - ln2) = \frac{-3}{8} + ln2$

<u>L'area del triangolo AHC</u> si può calcolare, oltre che con i metodi della geometria elementare, utilizzando il calcolo integrale $\int_1^2 (\frac{x+2}{4} - (x-1))dx = \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x^2 + x\right]_1^2 = \frac{3}{8}$

L'area della parte di piano richiesta sarà dunque: $\mathcal{A} = \frac{-3}{8} + ln2 + \frac{3}{8} = ln2 \ (u^2)$