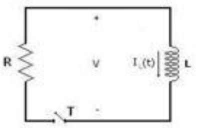
Matematica Classe:5	unità didattica:Equazioni differenziali
Esercizio n.5	argomento:eq.diff lineare

1. In figura è rappresentato un circuito **RL** in cui la resistenza R = 2000 Ohm , l'induttanza L=4Henry,



alimentato da un generatore di forza elettromotrice E=24 Volt
Si chiede l'espressione della corrente *I(t)* in funzione del tempo, sapendo che *I(0)=0*

Traccia:

Applicando la legge di Kirchhoff si ottiene $E(t) = V_r + V_L$ dove $V_r = RI$ $\quad V_L = L\dfrac{dI}{dt}$

sono rispettivamente le cadute di tensione sul resistore e sull'induttore. Quindi la legge di Kirchhoff diventa

$$E(t) = RI + L\frac{dI}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = E(t)$$

Equazione differenziale del 1 **ordine lineare**, riconducibile al modello

$$y' + a(x)y = b(x) \rightarrow soluzione \;\; y = e^{-\int a(x)dx}\left[\int e^{\int a(x)dx} b(x)dx + k\right]$$

$$I' + \frac{R}{L}I = E(t) \quad la \;\; soluzione$$

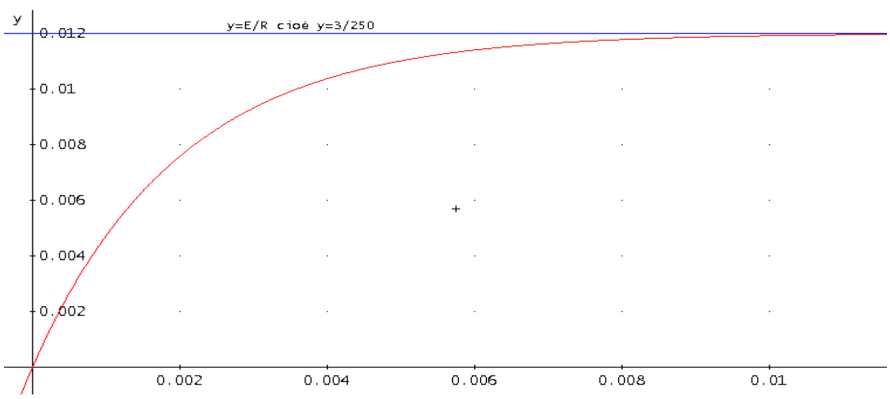
$$I(t) = e^{\int -\frac{R}{L}dt}\left[\int e^{\int \frac{R}{L}dt} \cdot \frac{E}{L}dt + k\right] \qquad I(t) = e^{-\frac{R}{L}t}\left[\int e^{\frac{R}{L}t} \cdot \frac{E}{L}dt + k\right] = e^{-\frac{R}{L}t}\left[\frac{L}{R}\frac{E}{L}e^{\frac{R}{L}t} + k\right]$$

$$quindi \; l'integrale \;\; generale \; è \qquad I(t) = \frac{E}{R} + Ke^{-\frac{R}{L}t}$$

Sostituendo i valori nella $\begin{cases} I(t) = \dfrac{E}{R} + ke^{-\frac{R}{L}t} \\ I(0) = 0 \end{cases}$ avremo $\begin{cases} I(t) = \dfrac{24}{2000} + ke^{-\frac{2000}{4}t} \\ I(0) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I(t) = \dfrac{6}{500} + ke^{-500t} \\ I(0) = 0 \end{cases}$

quindi $k = \dfrac{-3}{250} \rightarrow \qquad I(t) = \dfrac{3}{250} - \dfrac{3}{250}e^{-500t} \qquad \rightarrow \qquad I(t) = \dfrac{3}{250}\left(1 - e^{-500t}\right)$

Equazione richiesta



Il grafico rappresenta la variazione della *I(t)* in funzione del tempo. la funzione ha un andamento di crescita esponenziale:dal valore iniziale nullo si porta al valore $\dfrac{E}{R} = \dfrac{24}{2000} = \dfrac{3}{250}$,che rappresenta la situazione di regime.