Matematica Classe:5	unità didattica:Equazioni differenziali
Esercizio n.2	argomento:eq.differenziali del primo ordine
Modello matematico $y' = g(x)h(y)$ **(variabili separabili)**	**Situazione** $s' = h(s)$

Determina la soluzione dell'equazione differenziale che soddisfi alle condizioni indicate e rappresenta la corrispondente curva integrale

$$\begin{cases} y'(x) = 2y^2 \rightarrow eq.\ diff.\mathrm{var}.sep \\ y(0) = -1 \rightarrow condizioni\ iniziali \end{cases}$$

integrando e sostituendo si ottiene

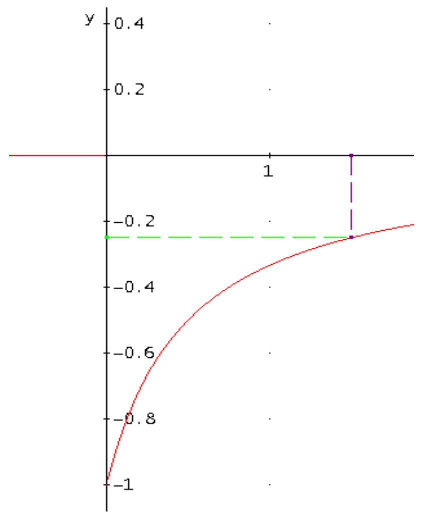
$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = 2y^2 \\ y(0) = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{dy}{\left(2y^2\right)} = dx \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \displaystyle\int \frac{dy}{\left(2y^2\right)} = \int dx \\ y(0) = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \displaystyle\int \frac{1}{2} y^{-2} dy = x + k \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{-1}{2y} = x + k \\ y(0) = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \dfrac{-1}{2(x+k)} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow y = \frac{-1}{2x+1}$$

Determina,ora il valore che la funzione assume nel punto *x=1.5* cioè $f(1.5) = -0.25$



Il grafico rappresenta la curva integrale cercata

Un punto **P** si muove di moto rettilineo su una retta secondo la legge: $v = 2s^2$. (**Osserva in questo caso la velocità è espressa in funzione dello spazio percorso**)Sapendo che la posizione iniziale, occupata al tempo *t=0* è x_0*=-1,*

determina l'equazione oraria del punto (cioè calcola come varia l'ascissa *x* al variare del tempo) . poiché $v(t) = s'(t)$ i dati del problema possono essere così

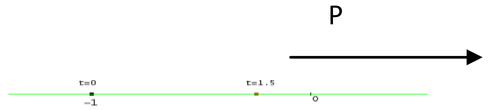
$$\begin{cases} s'(t) = 2s^2 \rightarrow eq.\ diff.\ a\,\mathrm{var}.sep \\ s(0) = -1 \rightarrow condizioni\ iniziali \end{cases}$$

dopo aver integrato si ha

$$\begin{cases} s = \dfrac{-1}{2(t+k)} \\ s(0) = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow s = \frac{-1}{2t+1}$$

legge oraria richiesta.



Il punto P nell'istante iniziale si trova ad una distanza di 1 unità (a sinistra dell'origine) e dopo *1.5 secondi* si trova ad una distanza di *0.25*a sinistra dell'origine. All'istante iniziale ha una velocità pari a *2u/sec*, dato ottenuto sostituendo *t=0* nella

$v = 2s^2 = 2\left(\frac{-1}{2t+1}\right)^2$ ma anche calcolando la derivata della legge oraria . Infatti

$$s'(t) = \left(\frac{-1}{2t+1}\right)' = \frac{2}{\left(2t+1\right)^2}$$

E quindi $v(0) = s'(0) = 2\ u/\sec$
Il grafico a sinistra rappresenta l'andamento della legge oraria