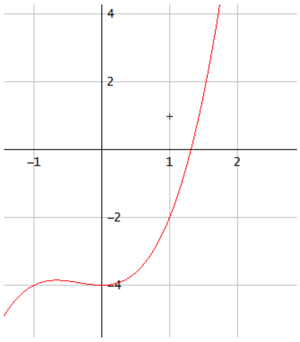
Matematica Classe:5	unità didattica:calcolo numerico
Esercizio n.1:metodo combinato secanti e tangenti	argomento:zeri di una funzione
Determinare la soluzione dell'equazione $x^3 + x^2 - 4 = 0$ *nell'intervallo*$[1; 2]$ *con il metodo combinato delle secanti e delle tangenti ,con un errore non superiore a* 10^{-4}	

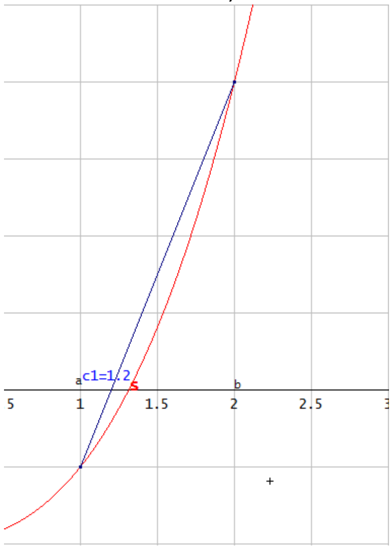
Verifichiamo l'applicabilità del metodo:
$f(1) \cdot f(2) = -2 \cdot 8 = -16 < 0$ agli estremi dell'intervallo $[1; 2]$ la funzione continua assume valori discordi allora esiste almeno un radice in(1,2)
L'unicità della radice è garantita dal fatto che la funzione in $(1,2)$ è strettamente crescente Infatti la funzione ,derivabile,ammette come derivata $f' = 3x^2 + 2x$ che risulta essere in$(1,2)$ positiva.



La curva, nell'intervallo scelto, si presenta crescente e con la concavità verso l'alto. Conseguentemente:
il metodo delle secanti fornisce approssimazioni per difetto della soluzione;
il metodo delle tangenti fornisce invece approssimazioni per eccesso della soluzione. Procediamo utilizzando contemporaneamente i due metodi

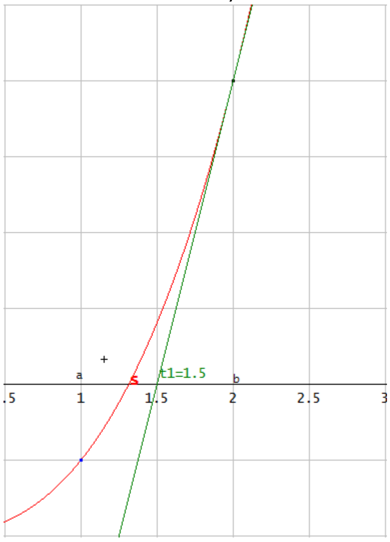
1° Passo

Corde
L'estremo dell'intervallo di separazione che rimane fisso è 2; il valore di innesco è 1



La intersezione della corda con l'asse delle ascisse sarà data da $c_1 = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}$ cioè
$c_1 = 1 - \frac{2(2-1)}{8-(-2)} = 1.2$

Tangenti
L'estremo dell'intervallo di separazione che rimane fisso è 1; il valore di innesco è 2



La intersezione della tangente con l'asse delle ascisse sarà data da $t_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$
cioè $t_1 = 2 - \frac{8}{16} = 1.5$

L'intersezione **s** fra la curva e l'asse delle ascisse rimane ora così compreso
$$c_1 < s < t_1 \qquad 1.2 < s < 1.5$$
L'errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.2 - 1.5| = 0.3$che risulta superiore a 10^{-4} quindi si prosegue.

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">2Passo$[1.2; 1.5]$</td></tr>
<tr><td>L’estremo dell’intervallo di separazione che rimane fisso è1.5; il valore di innesco è 1.2
La intersezione della corda con l’asse delle ascisse sarà data da
$c_2 = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}$ cioè
$c_2 = 1.2 - \frac{\left(\frac{-104}{125}\right)(1.5-1.2)}{\left(\frac{-104}{125}\right)-\frac{13}{8}} = 1.27536$</td><td>L’estremo dell’intervallo di separazione che rimane fisso è 1.2; il valore di innesco è 1.5
La intersezione della tangente con l’asse delle ascisse sarà data da t_2
$t_2 = 1.5 - \frac{\frac{13}{8}}{\frac{39}{4}} = 1.33333$</td></tr>
<tr><td colspan="2">L’errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.27536 - 1.33333| = 0.05797$ >10^{-4} quindi si prosegue</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">3Passo$[1.27536; 1.33333]$</td></tr>
<tr><td>Corde
$c_3 = 1.27536 - \frac{\left(\frac{-104}{125}\right)(1.5-1.2)}{\left(\frac{-104}{125}\right)-\frac{13}{8}} = 1.30147$</td><td>Tangenti
$t_3 = 1.33333 - \frac{\frac{13}{8}}{\frac{39}{4}} = 1.31481$</td></tr>
<tr><td colspan="2">L’errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.30147 - 1.31481| = 0.01334$ >10^{-4} quindi si prosegue</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">4Passo$[1.30147; 1.31481]$</td></tr>
<tr><td>Corde
$c_4 = 1.31024$</td><td>Tangenti
$t_4 = 1.31459$</td></tr>
<tr><td colspan="2">L’errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.31024 - 1.31459| = 0.00435$ >10^{-4} quindi si prosegue</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">5Passo$[1.31024; 1.31459]$</td></tr>
<tr><td>Corde
$c_5 = 1.31315$</td><td>Tangenti
$t_5 = 1.314596$</td></tr>
<tr><td colspan="2">L’errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.31315 - 1.3145965| = 0.00435$ >10^{-4} quindi si prosegue</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">6Passo$[1.31315; 1.314596]$</td></tr>
<tr><td>Corde
$c_6 = 1.314119$</td><td>Tangenti
$t_6 = 1.3145962$</td></tr>
<tr><td colspan="2">L’errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.314119 - 1.3145962| = 0.0005228$>$10^{-4}$ quindi si prosegue</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">7Passo$[1.314119; 1.3145962]$</td></tr>
<tr><td>Corde
$c_7 = 1.3144136$</td><td>Tangenti
$t_7 = 1.3145962$</td></tr>
<tr><td colspan="2">L’errore da cui sono affette le due approssimazioni sarà$|1.3144136 - 1.3145965| < 10^{-4}$

Il valore cercato sarà $x = \left(\frac{1.3144136+1.3145962}{2}\right) = 1.314505$</td></tr>
</table>