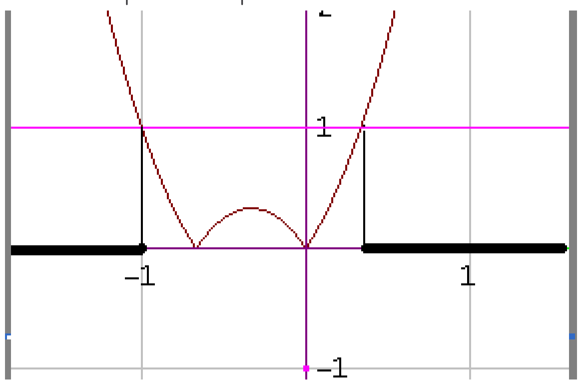
Disequazioni con valori assoluti

(4)
$|3x^2+2x|>1$

Si tratta di una disequazione in cui compare **un valore assoluto**

Consideriamo le due curve

$C_1 \rightarrow y=|3x^2+2x|$ $\quad C_2 \rightarrow y=1$



Risolviamo graficamente.

Vogliamo individuare sull'asse delle ascisse i valori di x in corrispondenza dei quali il valore dell'ordinata del punto appartenente alla C_1 è MAGGIORE dell'ordinata del punto appartenente alla C_2. In altre parole bisogna stabilire l'intervallo o gli intervalli in cui C_1 si trova SOPRA C_2. Tali intervalli sono evidenziati nel disegno a fianco con un tratto più spesso.E' evidente che gli estremi di tali intervalli sono le ascisse x_A e x_B dei punti comuni alle due curve. In particolare $x_A=-1$, mentre $0<x_B<1$,più prossimo allo 0 che ad 1

La disequazione può essere risolta anche algebricamente; tenendo conto che

$|f(x)|=\begin{cases} f(x) & se \quad f(x)\geq 0 \\ -f(x) & se \quad f(x)<0 \end{cases}$ quindi la soluzione della disequazione sarà determinata dall'unione delle soluzioni dei due sistemi

$S_1 \begin{cases} 3x^2+2x\geq 0 \\ 3x^2+2x>1 \end{cases} \quad \cup \quad S_2 \quad \begin{cases} 3x^2+2x<0 \\ -(3x^2+2x)>1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x^2+2x<0 \\ (3x^2+2x)<-1 \end{cases}$

per il primo sistema S_1 abbiamo . $x<-1 \vee x>\frac{1}{3}$

Il secondo sistema S_2 NON ammette soluzioni, quindi la soluzione dell'equazione di partenza sarà:

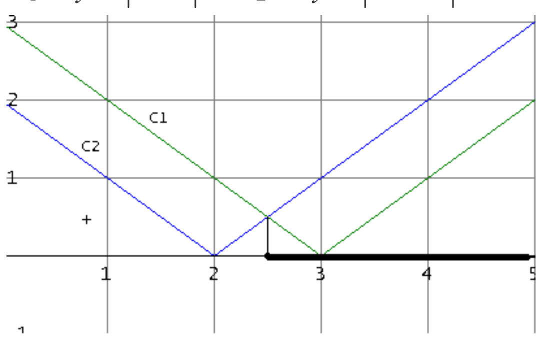
$x<-1 \vee x>\frac{1}{3}$ o, con un'altra simbologia $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{1}{3},\infty\right)$

(5)
$|x-3|<|-x+2|$

Si tratta di una disequazione in cui compaiono **due valori assoluti**

Consideriamo le due curve

$C_1 \rightarrow y=|x-3|$ $\quad C_2 \rightarrow y=|-x+2|$

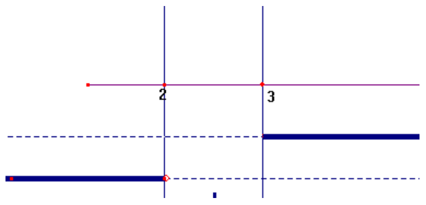


Risolviamo graficamente.

Vogliamo individuare sull'asse delle ascisse i valori di x in corrispondenza dei quali il valore dell'ordinata del punto appartenente alla C_1 è MINORE dell'ordinata del punto appartenente alla C_2. In altre parole bisogna stabilire l'intervallo in cui C_1è SOTTO C_2. Nel disegno a fianco tale intervallo è evidenziato con un tratto più spesso$(x_A,+\infty)$ dove x_A è l'ascissa del punto di intersezione fra la C_1 e la C_2

La disequazione può essere risolta anche algebricamente seguendo i seguenti passi:

1. si studiano i segni delle due espressioni in valore assoluto che compaiono. → $\begin{array}{l} |x-3| \ge 0 \ \ per \ \ x \ge 3 \\ |-x+2| \ge 0 \ \ per \ \ x \le 2 \end{array}$
2. si rappresentano graficamente le soluzioni
3



1° Intervallo   2° Intervallo   3° Intervallo

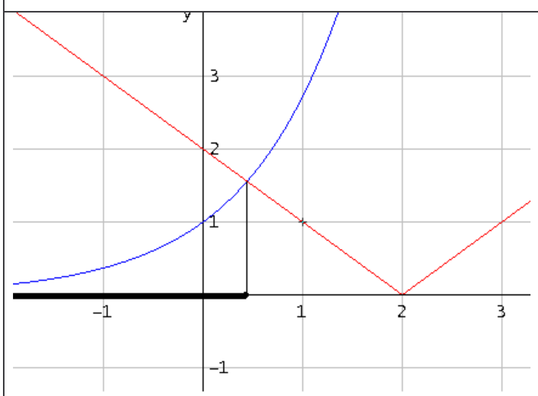
Esaminando lo schema, si ottengono tre intervalli. Ad esempio nel primo intervallo l'argomento del primo valore assoluto è negativo, quindi bisogna cambiare il segno, mentre l'argomento del secondo valore assoluto è positivo,dunque il segno rimane invariato.
perciò la disequazione data è equivalente all'unione dei seguenti sistemi

$$S_1 \begin{cases} x \le 2 \\ -x+3 < -x+2 \end{cases} \qquad S_2 \begin{cases} 2 < x < 3 \\ -x+3 < x-2 \end{cases} \qquad S_3 \begin{cases} x \ge 3 \\ x-3 < x-2 \end{cases}$$

$$S_1 \begin{cases} x \le 2 \\ 0x < -1 \end{cases} \to \varnothing \quad \cup \quad S_2 \begin{cases} 2 < x < 3 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \to \frac{5}{2} < x < 3 \quad \cup \quad S_3 \begin{cases} x \ge 3 \\ 0x < 1 \end{cases} \to x \ge 3$$

Quindi

$S_1 \cup S_2 \cup S_3$ cioè $|x-3| < |-x+2|$ per $x > \frac{5}{2}$

(6) $\|x-2\| > e^x$	Tale **disequazione** ,oltre a contenere un valore assoluto, è trascendente dal momento che compare la funzione **esponenziale.**
	La risoluzione è di tipo grafico. Nel disegno a fianco con un tratto più spesso è indicato sull'asse delle ascisse l'intervallo in cui la C_1 $y=\|x-2\|$ ha l'ordinata MAGGIORE di quella della C_2 $y=e^x$, cioè l'intervallo $(-\infty, x_A)$ in corrispondenza del quale la C_1 si trova SOPRA la C_2. Da osservare che il valore dell'estremo x_A è determinabile con metodi di approssimazione