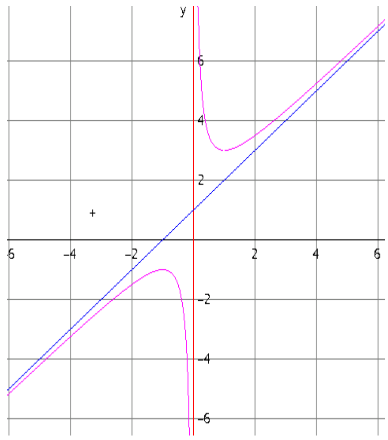
Matematica Classe:4	unità didattica:Il calcolo differenziale
Esercizi_vari	argomento:asintoti

Determinare gli eventuali asintoti della curva di equazione $y=\frac{x^3-1}{x^2-x}$

Studio la curva nei due valori esclusi dal dominio cioè *x=0* *e x=1* quindi, studio il comportamento agli estremi del dominio



$$\lim_{x\to0}\frac{x^3-1}{x^2-x}=\infty$$

dunque la retta $x=0$ *è* asintoto verticale

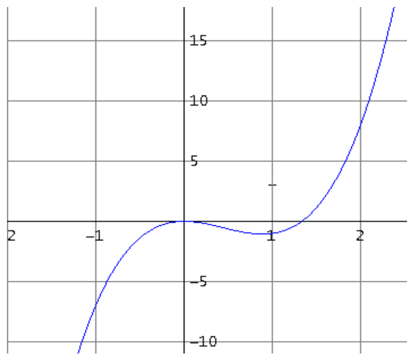
$$\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{x^2-x}=\frac{0}{0}\quad \textit{utilizzando Ruffini}\quad \lim_{x\to1}\frac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x(x-1)}=3\quad \text{no asintoto verticale}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-1}{x^2-x}=\infty\quad \text{no asintoto oriz.}\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-1}{x^2-x}\cdot\frac{1}{x}=1\to m$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3-1}{x^2-x}-1x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-1-x^3+x^2}{x^2-x}=1\to q$$

la $y=x+1$ è l'asintoto obliquo

Sia data la curva di equazione $y=3x^3-4x^2$, la funzione è razionale intera,non ci sono valori esclusi dal dominio, dunque non ci possono essere asintoti verticali ; studio il comportamento agli estremi del dominio

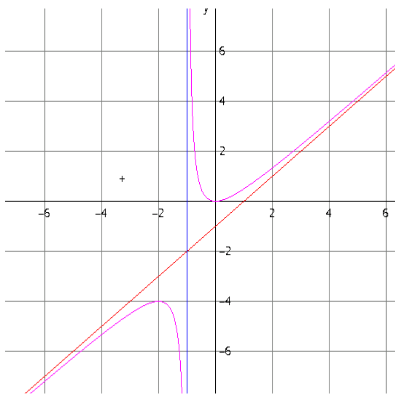


$$\lim_{x\to+\infty} 3x^3-4x^2=+\infty\to \text{no asintoto orizzontale a dx}$$

$$\lim_{x\to-\infty} 3x^3-4x^2=-\infty\to\text{no asintoto orizzontale a sx}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^3-4x^2}{x}=\infty\to\text{no asintoti obliqui}$$

Sia data la curva di equazione $y=\frac{x^2}{x+1}$ Studio la curva per *x=-1* e agli estremi



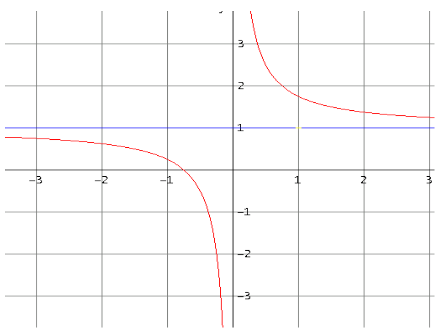
$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x+1}=\pm\infty\to\text{no asintoto orizzontale}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x+1}\cdot\frac{1}{x}=1\quad m\qquad \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2}{x+1}-1x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-x^2-x}{x+1}=-1\quad q$$

la retta $y=x-1$ è l'asintoto obliquo

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{x^2}{x+1}=+\infty\qquad \lim_{x\to-1^-}\frac{x^2}{x+1}=-\infty\qquad x=-1 \text{ asintoto verticale}$$

Sia data la curva di equazione $y=1+\frac{3}{4x}$; studio la curva nel valore escluso del dominio e agli estremi del dominio



$$\lim_{x\to0^+}\left(1+\frac{3}{4x}\right)=+\infty\qquad \lim_{x\to0-}\left(1+\frac{3}{4x}\right)=-\infty\quad\to x=0\ \text{asintoto verticale}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{3}{4x}\right)=1^-\qquad \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{3}{4x}\right)=1^+$$

la retta y=1 è un asintoto orizzontale sia a destra che a sinistra

docente:gabriella gaggiotti

Sia data la curva di equazione

$y = x + \sqrt{x^2-1}$ studio il comportamento agli estremi del dominio

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = -\infty + \infty; \quad F.I \quad quindi$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)}{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2+1}{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)} =$$

$y=0$ asintoto orizzontale a sx

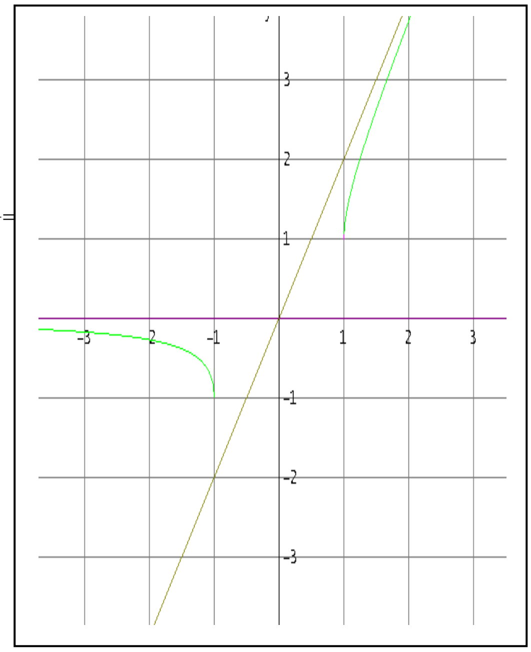
$$\lim_{x\to+\infty}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=+\infty \quad \text{no asintoto orizz a dx cerco l'obliquo .}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x+|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)}{x} = 2$$

ora calcolo

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x+\sqrt{x^2-1}-2x\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right) = +\infty-\infty; F.I \quad quindi$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)\left(\sqrt{x^2-1}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2-1}+x\right)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1-x^2}{\left(\sqrt{x^2-1}+x\right)} = 0 \;\to\; y=2x+0 \text{ è l'asintoto obliquo a dx}$$



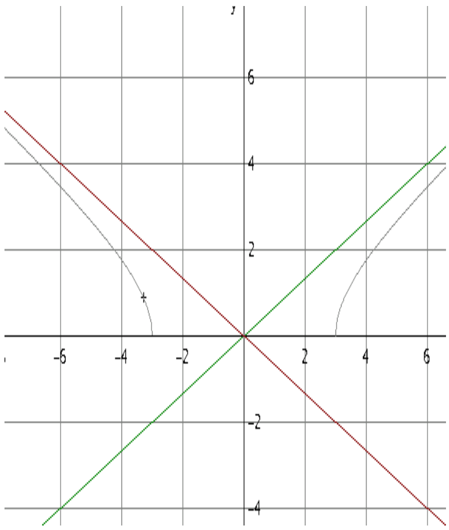
Sia data la cuurva di equazione $y = \frac{2\sqrt{x^2-9}}{3}$ studio il comportamento agli estremi del dominio

$$\lim_{x\to-\infty} = \frac{2\sqrt{x^2-9}}{3} = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} = \frac{\frac{2\sqrt{x^2-9}}{3}}{x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{2\sqrt{x^2-9}}{3x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{2|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}{3x} = -\frac{2}{3} \quad m$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2\sqrt{x^2-9}}{3}-(-\frac{2}{3})x\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{2\sqrt{x^2-9}+2x}{3} =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{3}\left(\sqrt{x^2-9}+x\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{2}{3}\frac{\left(\sqrt{x^2-9}+x\right)\left(\sqrt{x^2-9}-x\right)}{\left(\sqrt{x^2-9}-x\right)} = \frac{x^2-9-x^2}{\left(\sqrt{x^2-9}-x\right)} = \frac{-9}{\infty} = 0 \quad q$$



quindi $y=-\frac{2}{3}x+0$ è l'asintoto obliquo a sx.si ripete il ragionamento per $x\to+\infty$,

oppure la f è pari si deduce che $y=\frac{2}{3}x$ è l'asintoto obliquo a dx.